Vorkurs 2011 für Informatiker

Diese Aufgaben sollen auf den Mathe-Teil des Vorkurses einstimmen: wenn gerade bei der Rechnereinführung nichts zu tun ist, kann man sich damit beschäftigen, um die Gehirnregionen zu reaktivieren, die wir in den kommenden Tagen brauchen werden. Vielleicht sind die Kenntnisse, die man zum Lösen der Aufgaben braucht, nicht mehr flächendeckend vorhanden – das macht im Moment nichts: schließlich gibt es im Mathe-Teil Vorlesungsblöcke, in denen einiges noch mal erklärt wird, und Übungen, in denen man seinen Tutor fragen kann...

Ein paar Worte noch vorab zu den Übungsaufgaben – zu denen auf diesem Blatt und zu denen, die Sie während des Vorkurses noch bekommen werden – hier gilt ganz klar: „Der Weg ist das Ziel"! Die Aufgaben helfen Ihnen, wenn Sie daran arbeiten und dadurch Probleme und Lösungswege kennen lernen; sie helfen Ihnen (entgegen einem weit verbreiteten Vorurteil) nicht, wenn Sie die Lösung gesagt bekommen. Die Aufgaben im Vorkurs streben keinerlei Vollständigkeit an und es ist deshalb auch keinesfalls notwendig, die Lösungen aller Aufgaben zu kennen. Deshalb: wenn die Zeit nicht reicht, alle Aufgaben zu bearbeiten, besser eine Auswahl der Aufgaben intensiv bearbeiten und dafür andere weglassen. Und insbesondere nicht den Tutor beschimpfen, wenn der sich weigert, schnell noch die Lösungen der Aufgaben zu verraten – er täte Ihnen damit wirklich keinen Gefallen. Stellen Sie sich die Vorkursaufgaben als Katzen-Kratzbaum vor: Ihre Katze hätte ja keinen Vorteil von einem Gerät, das den Baum in Windeseile in Späne zerlegt, oder?

1. Der Legende nach gewährte einst Sher Khan, der König von Indien, dem Erfinder des Schachspiels für die Erfindung dieses außergewöhnlichen Spiels die Gunst, sich seine Belohnung selbst aussuchen zu dürfen. Der bescheidene(?) Erfinder verlangte lediglich ein paar Reiskörner. Und zwar sollten auf jedem Feld des Schachbrett jeweils doppelt so viele Körner, wie auf dem vorhergehenden Feld liegen (für Mathematiker: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots$ Reiskörner). Auf wie viele Reiskörner hätte sich die Belohnung belaufen?
   Überlege Dir dazu allgemein, welche Zahlen herauskommen, wenn man die Zweierpotenzen aufsummiert. Studierende mit Nebenfach Physik schätzen bitte die Zahl der Reiskörner in Tonnen (Studierende mit Nebenfach Agrarwissenschaften entsprechend in Doppelzentner).

2. Die Papiergrößen nach DIN sind so gebaut, dass man durch Falten in der Mitte der langen Seite die nächstkleinere Größe bekommt. Also: hat man ein Papier der Höhe a und der Breite b (in Hochformat, also $a > b$), dann ist das kleinere Papier $\frac{a}{2}$ breit und b hoch. Zusätzlich gilt

aber bei den DIN-Größen, dass das Seitenverhältnis dabei gleich bleibt: $a\colon b = b\colon \frac{a}{2}$. Wie groß ist demnach das Seitenverhältnis $x = \frac{a}{b}$?

Ein Blatt DIN A0 hat die Fläche 1m^2. Wie hoch und wie breit ist es? Wie hoch und wie breit ist ein Blatt DIN A4?

3. Viel schöner würden die Papiergrößen nach dem so genannten „goldenen Schnitt“ ausschauen. Dazu muss sich $a\colon b$ verhalten wie $b\colon (a-b)$. Berechne wieder das Seitenverhältnis $x = \frac{a}{b}$. Wer eine Schere dabei hat, kann anschließend den Wahrheitswert des ersten Satzes überprüfen.

4. Interessant sind die Koeffizienten, die herauskommen, wenn man die Terme $(x+1)^n$ zu ausmultipliziert (also z.B. $(x+1)^2$ zu x^2+2x+1). Berechne dies für die ersten paar n und überlege, nach welchem Gesetz die Koeffizienten gebildet werden.

5. Ein Vater ist heute a Jahre älter als sein Sohn. In b Jahren wird er c Jahre älter als d-mal so alt sein wie sein Sohn heute. Wie alt sind Vater und Sohn gegenwärtig?
   Führen alle Parameterwerte a, b, c, d zu einer Lösung? Welche davon sind sinnvoll?

6. Der Chinese Xu Yue stellte gegen 190 n. Chr. das folgende Problem: Wie viele Hähne, Hennen und Küken kann man für 100 Münzen kaufen, wenn man insgesamt 100 Tiere haben will und ein Hahn 5 Münzen, eine Henne 4 Münzen und 4 Küken eine Münze kosten? Die 100 Münzen sollen dabei vollständig verbraucht werden.

7. Eine Gruppe von Menschen heißt *halbzerstritten*, wenn für zwei beliebig herausgegriffene Gruppenmitglieder a und b immer gilt: *Entweder* redet a mit b oder b redet mit a. Es gibt also weder Paare, bei denen Kommunikation in beide Richtungen möglich ist, noch solche, bei denen Kommunikation in keine Richtung funktioniert.

   Um in einer halbzerstrittenen Gruppe Nachrichten weiterzuleiten, wäre es hilfreich, wenn man eine Kontaktperson x hat, die mit jeder anderern Person über höchstens eine Zwischenstation redet – also für jedes $a \neq x$ gilt, dass x mit a redet oder es zumindest ein b gibt, so dass x mit b und b mit a redet.

   Gibt es so eine Kontaktperson in jeder halbzerstrittenen Gruppe?